

Berechnung von Schmiege- und Gehrungswinkeln bei der Trichterzinkung und beim Schifterschnitt

Elementargeometrische Betrachtung eines Standardproblems des Tischlerhandwerks

Andreas de Vries

FH Südwestfalen, Haldener Straße 182, D-58095 Hagen

e-Mail: de-vries@fh-swf.de

Version: 8. Oktober 2016

1 Trichter und Schifterschnitte

Im Tischlerhandwerk und in der Holztechnik versteht man unter einem *Trichter* eine abgestumpfte Hohlpyramide, deren Grundfläche ein geschlossenes Vieleck ist [S]. In der Praxis ist die Grundfläche oft ein Rechteck, siehe Abbildung 1, hier stellt der Trichter also einen vierseitigen Pyramidenstumpf mit Eckwinkeln von jeweils $\varepsilon = 90^\circ$ dar. Allerdings kann die Grundfläche durchaus auch mehrere Seiten haben, oft sechs oder

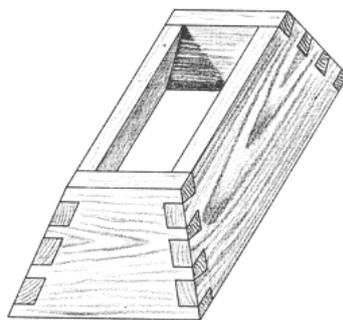


Abbildung 1: Trichter mit vierseitiger Gehrung. Quelle: [S]

acht. Auch muss sie nicht notwendig symmetrisch sein, kann also ebenso ein unregelmäßiges Vieleck darstellen. Und schließlich muss die zusammengebaute Fläche gar nicht geschlossen sein, sondern kann auch lediglich ein Ausschnitt eines unregelmäßigen Vielecks sein, so wie beispielsweise die Rückenlehne einer Eckbank.

Zur Fertigung eines solchen Trichters steht man nun vor dem Problem, ihn aus mehreren einzelnen Brettern zusammenzubauen. Die dazu notwendigen Eckverbindungen heißen *Gehrungen*. Damit die Bretter bündig abschließen, erfordert jede Gehrung einen Zuschnitt der Enden der beiden anliegenden Bretter um einen bestimmten

Winkel, den sogenannten *Gehrungswinkel*. Sind beide Bretter gleich dick, so ist die Gehrung symmetrisch und die Gehrungswinkel an beiden Enden sind betragsgleich. Im einfachsten Falle schneidet man die Enden mit einem Gehrungswinkel von 45° zu und stößt die Bretter mit ihrem Hirnholz, also den Schnittflächen, in einem rechten Winkel aneinander.

Will man jedoch einen Trichter fertigen, dessen Wände eine Neigung gegen die Normale der Basisebene haben, zum Beispiel wie in Abbildung 1 skizziert, so ändert sich auch der Gehrungswinkel. Außerdem müssen in diesem Falle auch die Enden der rechteckigen Bretter so zugeschnitten werden, dass die Grundflächen der Bretter Trapeze bilden. Der sogenannte *Schmiegewinkel* misst dabei die Abweichung der Trapezwinkel vom ursprünglichen rechten Winkel.

Insgesamt muss man die Enden der Bretter also mit zwei Winkeln gleichzeitig zuschneiden. Ein solcher zweifach schräger Schnitt heißt *Schifterschnitt* oder *Doppelgehrungsschnitt* [B]. Die Problematik der Trichterfertigung existiert im Übrigen auch im Zimmerhandwerk, dort kommen Schifterschnitte sehr häufig im Dachbau vor [B, D].

Verbindung der Bretter

Es gibt mehrere Möglichkeiten, die Bretterwände von Trichtern zu verbinden. Bei der Gehrung werden die Hirnholzflächen zweier gleich dicker Bretter deckungsgleich aneinandergestoßen und miteinander verleimt, oft mit Dübeln verstärkt. Demgegenüber ist das *Zinken* eine mehrfache Verzahnung keilförmiger oder gerader Zapfen, die man Zinken nennt. Gerade oder quaderförmige Zinken heißen auch Fingerzinken, keil- oder trapezförmige Zinken werden Schwalbenschwanzzinken genannt. Jeder Zinken des einen Bretts greift in die Lücke des anderen Bretts. Man wählt diese Verbindung zum Zusammenbau von Vollholzflächen, da die so verbundenen Teile ungehindert schwinden und quellen, sich aber nicht werfen können. Die *Trichterzinkung* gleicht einer abgestumpften Hohlpyramide, deren Grundfläche ein geschlossenes Vieleck ist [S].

Gehrung und Zinkung haben also zunächst nichts miteinander zu tun, aber man kann sie gemeinsam verwenden. In der Regel wird natürlich bei einem nicht viereckigen Trichter die Zinkung sehr kompliziert, so dass in diesen Fällen eine reine Gehrung empfehlenswert ist. In dem vorliegenden Beitrag wird auf die spezielle Problematik der Zinkung nicht weiter eingegangen, die Bestimmung der beiden Winkel des Schifterschnitts stehen hier im Vordergrund.

2 Mathematik des Schifterschnitts

Um das Problem der Zuschneidung der Begrenzungswände eines Pyramidenstumpfs mathematisch zu untersuchen, müssen wir zunächst einige Bezeichnungen einführen. Wir wollen nur eine der möglichen Eckverbindungen betrachten, alle anderen ergeben sich entsprechend.

Zur Bezeichnung der relevanten Winkel betrachten wir die Skizze in Abbildung 2. Die beiden beteiligten Begrenzungswände bilden jeweils ein Trapez, ausgerichtet mit dem Neigungswinkel α , und schmiegen sich unter einem Eckwinkel ε aneinander. Der jeweilige *Schmiegewinkel* σ im Punkt O sei der Winkel der Flächenmschmiege, also derjenige Winkel, der durch die Neigung zu der rechtwinkligen Kante der Begrenzungswand hinzugefügt werden muss, um die Begrenzungswände aneinander zu schmie-

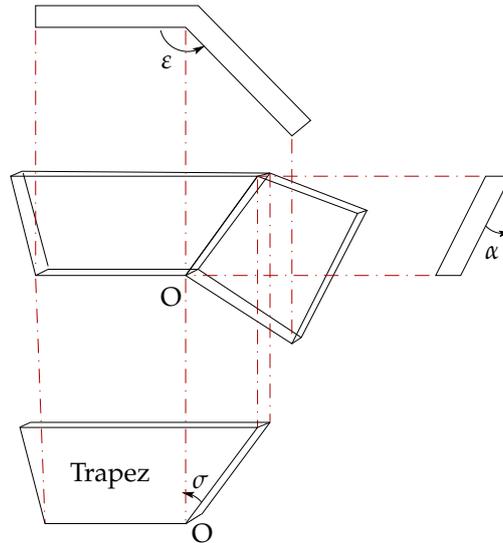


Abbildung 2: Geometrie der Gehrung. Schematischer Aufriss (oben) und Seitenriss (rechts), sowie das zuzusägende Trapez mit Schmiegewinkel σ und dem Neigungswinkel α der Begrenzungswaende.

gen. (Mit anderen Worten, σ ist der Innenwinkel des im Punkt O minus 90°). Der entsprechend einzustellende *Gehrungswinkel*, also der Winkel des Sägeblatts, sei mit γ bezeichnet. Er ist nach Abbildung 3 durch

$$\gamma = \frac{1}{2} \sphericalangle PQR \quad (1)$$

gegeben. Er ist die Projektion des Winkels $\gamma' = \sphericalangle PSR$ in der um α gekippte Ebene, der wiederum direkt mit dem Eckwinkel über die Beziehung $\gamma' = 90^\circ - \varepsilon/2$ zusammenhängt. Ein kurze Bemerkung zur Definition des Gehrungswinkels: Es gibt leicht ab-

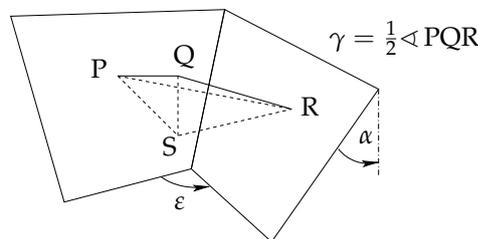


Abbildung 3: Der Gehrungswinkel $\gamma = \frac{1}{2} \sphericalangle PQR$ als Projektion des Winkels $\gamma' = \frac{1}{2} \sphericalangle PSR$ in das Bezugssystem der Wandbretter, das um α gegenüber der Basisebene gedreht ist. Es gilt $\gamma' = 90^\circ - \varepsilon/2$.

weichende Definitionen, es kann also durchaus sein, dass in der Einstellung des Sägeblattwinkels der Betrag 2γ als Gehrungswinkel einzustellen ist. (Unter anderem spielt auch eine Rolle, ob man die Winkel zum Anschneiden der Hirnholzseiten braucht).

Intuitiv ist sofort klar, dass durch Vorgabe der beiden Winkel α und ε sowohl der Schmiegewinkel σ als auch der Gehrungswinkel γ eindeutig bestimmt sein müssen. Der genaue Zusammenhang ist jedoch erst mit ein wenig Aufwand zu ermitteln und im folgenden Satz zusammengefasst.

Satz 2.1. Sind zwei Begrenzungswaende einer Trichterzinkung wie in Abbildung 2 mit dem Eckwinkel $\varepsilon \in [0, 180^\circ)$ und dem Neigungswinkel $\alpha \in [0, 90^\circ]$ gegeben, so lauten der Schmiegewinkel σ und der Gehrungswinkel γ

$$\sigma = \arctan \left(\cot \frac{\varepsilon}{2} \sin \alpha \right), \quad \gamma = \frac{1}{2} \arccos \left(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha \cos \varepsilon \right). \quad (2)$$

Beweis. Die Herleitung der Formeln in (2) ist im Anhang dargestellt. □

3 Ergebnisse

Für den speziellen Fall $\alpha = 0$, also einen Trichter ohne Neigung, ergeben die Formeln in (2) genau

$$\sigma = 0 \quad \text{und} \quad \gamma = \frac{1}{2} \arccos(-\cos \varepsilon) = 90^\circ - \frac{\varepsilon}{2}. \quad (\alpha = 0^\circ) \quad (3)$$

Für den neigungsfreien Fall ist also der Gehrungswinkel die Differenz des halben Eckwinkels vom rechten Winkel. Im anderen Extremfall der Neigung $\alpha = 90^\circ$ folgt sofort

$$\sigma = 90^\circ - \frac{\varepsilon}{2} \quad \text{und} \quad \gamma = \frac{1}{2} \arccos 1 = 0, \quad (\alpha = 90^\circ) \quad (4)$$

d.h. für den Fall, dass beide Wände flach in der Bezugsebene liegen, ist umgekehrt die Schmiege die Differenz des halben Eckwinkels vom rechten Winkel und die Gehrung ist null. In Tabelle 1 sind einige mit den Formeln in (2) berechnete Wertekombinationen der beteiligten Winkel aufgelistet. Die Werte für die Sägeblatteinstellungen für die

Tabelle 1: Nach den Formeln (2) berechnete Werte für Schmiegewinkel σ und Gehrungswinkel γ in Abhängigkeit von Neigung α und Eckwinkel ε .

Neigung α	Eck ε	Schmiege σ	Gehrung γ	Eck ε	Schmiege σ	Gehrung γ	Eck ε	Schmiege σ	Gehrung γ
0	90	0,00	45,00	120	0,00	30,00	135	0,00	22,50
5		4,98	44,78		2,88	29,87		2,07	22,41
10		9,85	44,14		5,73	29,50		4,11	22,14
15		14,51	43,08		8,50	28,88		6,12	21,69
20		18,88	41,64		11,17	28,02		8,06	21,08
25		22,91	39,86		13,71	26,95		9,93	20,29
30		26,57	37,76		16,10	25,66		11,70	19,35
35		29,84	35,40		18,32	24,18		13,36	18,27
40		32,73	32,80		20,36	22,52		14,91	17,05
45		35,26	30,00		22,21	20,70		16,32	15,70
50		37,45	27,03		23,86	18,75		17,60	14,24
55		39,32	23,93		25,31	16,67		18,74	12,68
60		40,89	20,70		26,57	14,48		19,73	11,03
65		42,19	17,39		27,62	12,20		20,58	9,31
70		43,22	14,00		28,48	9,85		21,27	7,52
75		44,01	10,55		29,15	7,44		21,81	5,68
80		44,56	7,05		29,62	4,98		22,19	3,81
85		44,89	3,53		29,91	2,50		22,42	1,91
90		45,00	0,00		30,00	0,00		22,50	0,00

vierseitige Gehrung stimmen recht genau mit den in [L] angegebenen Tabellenwerten überein.

Unter dem Internetlink in [V] befindet sich eine Excel-Datei des Verfassers, die die Eingabe des Eckwinkels ε und des Neigungswinkels α ermöglicht und dazu den Schmiegewinkel σ und den Gehrungswinkel γ nach Formel (2) berechnet. Zusätzlich sind dort in einem zweiten Datenblatt Wertetabellen für verschiedene Winkelkombinationen aufgelistet, die Tabelle 1 erweitern.

Um die entsprechenden Schmiege- und Gehrungswinkel für einen Pyramidenstumpf mit einem gleichseitigen n -Eck als Grundriss zu berechnen, verwendet man die Tatsache, dass die Summe in in einem n -Eck $(n - 2) \cdot 180^\circ$ beträgt, und leitet daraus mit $n\varepsilon = (n - 2) \cdot 180^\circ$ die Beziehung

$$\varepsilon = \frac{n - 2}{n} \cdot 180^\circ \quad (5)$$

für die resultierenden Eckwinkel her. Für einige beispielhafte Werte von n ergeben sich daraus die folgenden Eckwinkel ε :

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
ε	60°	90°	108°	120°	$128,57^\circ$	135°	140°	144°	$147,27^\circ$	150°	$152,31^\circ$

(6)

Dieser Aufsatz liefert mit Satz 2.1 die Möglichkeit, für beliebige Neigungswinkel die Schmiege- und Gehrungswinkel solcher Trichterzinkungen zu bestimmen. Vielleicht wird dadurch eine alte Tradition der Tischlerkunst neu belebt.

Danksagung. Mein Dank gilt Jörg de Vries, der mit seinem Problem einer komplizierteren Eckbank diesen Beitrag initiierte, sowie Albrecht Lühmann, Stephan Kranz und Helmut Bilewicz für wertvolle Anregungen und Hinweise, durch die die erste Version dieses Beitrags vom Mai 2011 stetig verbessert werden konnte.

A Anhang: Herleitung der Formeln (2)

A.1 Herleitung des Schmiegewinkels σ

Betrachten wir die Begrenzungswand, die in Abbildung 2 mit „Trapez“ bezeichnet ist. Im Wesentlichen ergibt sich der Schmiegewinkel aus der Symmetrieannahme, dass er für die anliegende Wand denselben Betrag hat. Rotiert man dazu das auf der Basisebene stehene Trapez mit dem Winkel α um die Mittellinie seiner Auflage als Achse, so muss sich der Schmiegewinkel σ vergrößern, um sich dem benachbarten Wandbrett symmetrisch, also dort mit demselben σ , anzuschmiegen. Steht das Trapez im Extremfall senkrecht, ist also $\alpha = 0$, so ist auch $\sigma = 0$, liegt es dagegen mit $\alpha = 90^\circ$ in der Basisebene, so gilt $\sigma = 90^\circ - \frac{\varepsilon}{2}$. Unter diesen Bedingungen überstreichen die rechte Begrenzungsgerade des Trapezes und die rechtwinklig zur Achse gedachte Kante die Seitenflächen eines unregelmäßigen Tetraeders OABC, siehe Abbildung 4 links. (Wegen obiger Symmetrieannahme betragsgleicher Schmiegewinkel der anliegenden

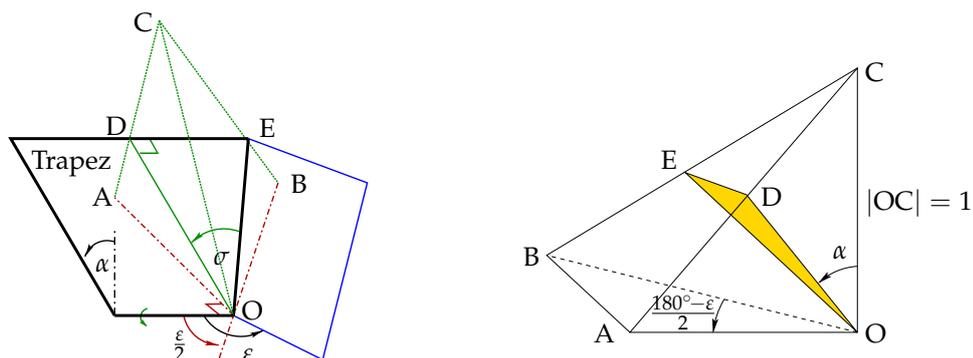


Abbildung 4: Beziehungen des Schmiegewinkels σ , des Eckwinkels ε , und des Neigungswinkels α . Rotiert man das Trapez um seine Auflageachse in der Basisebene, vergrößert sich der Schmiegewinkel σ , so dass er einen Schnitt durch das Tetraeder OABC ausfüllt.

Wände derselben Neigung muss die Fläche durch OCE Teil einer Ebene sein!) Da die Richtung OD eindeutig gegeben ist, ist dann für gegebene Werte α und ε für Neigung und Eckwinkel auch die Richtung OE eindeutig bestimmt. Beschränkt auf das Tetraeder ergibt sich damit die Skizze in Abbildung 4 rechts, mit $\sigma = \sphericalangle DOE$. Der Winkel $\sphericalangle AOB$ ergibt sich direkt aus der Betrachtung der Geraden OB, die mit der Geraden OA

die Winkeldifferenz der Winkel $90^\circ + \varepsilon$ von 180° bildet. Nehmen wir ohne Einschränkung der Allgemeinheit an, dass die Längen der Strecken OA und OC den Wert eins haben, also $|OA| = |OC| = 1$ gilt. (Das dürfen wir, da wir unsere gesamte Konstruktion beliebig skalieren können und nur die *Richtungen* der Geraden durch OD und OB festgelegt sind.) Dann gilt

$$\sphericalangle DCO = \sphericalangle ACO = 45^\circ, \quad |AC| = \sqrt{2}. \quad (7)$$

Da nach Konstruktion $\sphericalangle ODE$ ein rechter Winkel ist, gilt dies auch für die Projektion $\sphericalangle OAB = 90^\circ$. Daher ist $|ED| = |DO| \tan \sigma$. Mit dem Sinussatz im Dreieck CDO und (7) gilt ferner

$$\frac{|DO|}{\sin 45^\circ} = \frac{|CD|}{\sin \alpha'}, \quad \text{d.h.} \quad |DO| = \frac{|CD|}{\sqrt{2} \sin \alpha'}.$$

Mit dem Strahlensatz folgt damit

$$\frac{|CD|}{|AC|} = \frac{|ED|}{|AB|} = \frac{|DO| \tan \sigma}{\cot \frac{\varepsilon}{2}} = \frac{|CD| \tan \sigma}{\sqrt{2} \sin \alpha' \cot \frac{\varepsilon}{2}},$$

oder $\tan \sigma = \cot \frac{\varepsilon}{2} \sin \alpha'$, also die erste Gleichung in (2).

A.2 Herleitung des Gehrungswinkels γ

Gemäß der Skizze in Abbildung 3 schneiden sich die beiden Einheitsnormalen PQ und RQ der Begrenzungswände unter dem Winkel $\gamma = \frac{1}{2} \sphericalangle PQR$, während die Projektion dieses Winkels auf die Basisebene des Bezugssystems den Winkel $\gamma' = \frac{1}{2} \sphericalangle PSR$ ergibt. Da die Normalen jeweils die Länge 1 haben, also $|PQ| = |RQ| = 1$ gilt, ist einerseits die Länge $|PR|$ im Dreieck PSR mit dem Kosinussatz [2, §3.2.1] durch die Gleichung

$$|PR|^2 = 2(1 - \cos 2\gamma) \quad (8)$$

gegeben. Andererseits ist das projizierte Dreieck PSR gleichschenkelig und es gilt nach dem Sinussatz [1, 4.3.148], [2, §3.2.1]

$$\frac{\sin 2\gamma'}{|PR|} = \frac{\sin(90^\circ - \gamma')}{|PS|} = \frac{\cos \gamma'}{|PS|}, \quad \text{d.h.} \quad |PR| = |PS| \frac{\sin 2\gamma'}{\cos \gamma'}. \quad (9)$$

Da γ auf γ' projiziert wird, ist $\sphericalangle QSP$ ein rechter Winkel; da ferner $\sphericalangle SPQ = \alpha$ ist, folgt $|PS| = \cos \alpha$, und damit ergeben (8) und (9) sofort

$$\frac{1}{2}|PR|^2 = 1 - \cos 2\gamma = \frac{\cos^2 \alpha \sin^2 2\gamma'}{2 \cos^2 \gamma'},$$

oder

$$\begin{aligned} \cos 2\gamma &= 1 - \frac{\cos^2 \alpha \sin^2 2\gamma'}{2 \cos^2 \gamma'} = 1 - \frac{\cos^2 \alpha \sin^2 2\gamma'}{1 + \cos 2\gamma'} = 1 - \frac{\cos^2 \alpha (1 - \cos^2 2\gamma')}{1 + \cos 2\gamma'} \\ &= 1 - \frac{\cos^2 \alpha (1 + \cos 2\gamma') (1 - \cos 2\gamma')}{1 + \cos 2\gamma'} = 1 - \cos^2 \alpha (1 + \cos 2\gamma') \\ &= \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha \cos 2\gamma'. \end{aligned} \quad (10)$$

Hierbei folgt die zweite Gleichung aus der Doppelwinkelformel $\cos 2\gamma' = 2 \cos \gamma' - 1$ [1, 4.3.25], die letzte aus der Identität $1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha$. Da für den projizierten Gehrungswinkel $\gamma' = 90^\circ - \frac{\varepsilon}{2}$ gilt, also $\cos 2\gamma' = \cos(180^\circ - \varepsilon) = \cos \varepsilon$, folgt daraus die zweite Gleichung in (2). \square

A.3 Herleitung nach Bilewicz

Eine elegante Herleitung der Formeln in (2) gelang Helmut Bilewicz¹ im Frühherbst 2016. Er bestimmte die Winkel anhand der Skizze in Abbildung 5, die zwei anliegende

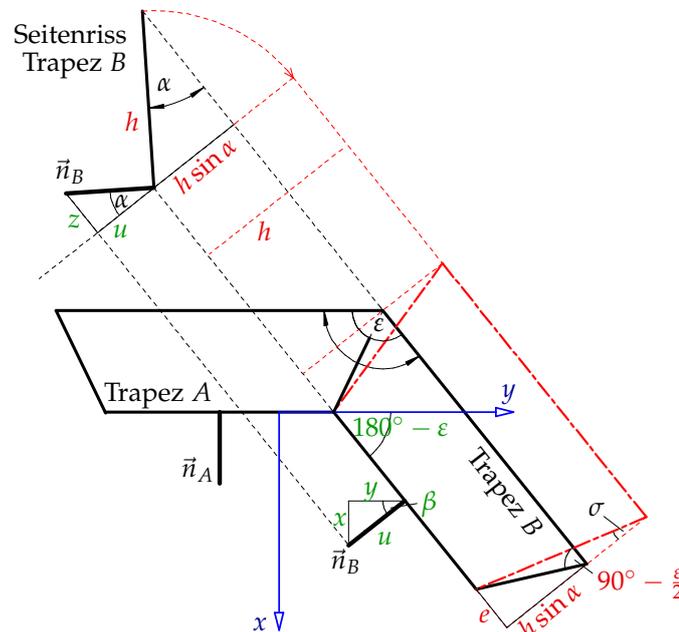


Abbildung 5: Seiten- und Grundriss zweier benachbarter Trapeze A und B mit ihren Einheitsnormalenvektoren \vec{n}_A und \vec{n}_B . Im Grundriss unten sind in Blau die x - und y -Achse eingezeichnet, die z -Achse zeigt aus der Zeichenebene heraus. Die Hilfsgrößen zur Herleitung des Schmiegewinkels sind in rot dargestellt, diejenigen zur Herleitung des Gehrungswinkels in grün.

Trapezwände A und B des Trichters mit ihren Einheitsnormalenvektoren \vec{n}_A und \vec{n}_B im Grundriss der (x, y) -Ebene darstellt, wobei die z -Achse aus der Zeichenebene herausragt. Das Trapez B und sein Normalenvektor ist zusätzlich im Seitenriss eingezeichnet.

Zur Herleitung des Schmiegewinkels σ nehmen wir an, beide Trapeze seien deckungsgleich und daher insbesondere spiegelsymmetrisch zu ihrer Querachse, und drehen eines der Trapeze, sagen wir B, um seine kürzere Seite in die Grundebene. Dann ist mit der Trapezhöhe h der Überhang e aus dem kleinen rechtwinkligen Dreieck durch die Beziehung

$$e = h \sin \alpha \cot \frac{\varepsilon}{2} \quad (11)$$

gegeben, und es folgt für den Winkel σ sofort

$$\tan \sigma = \frac{e}{h} = \sin \alpha \cot \frac{\varepsilon}{2}. \quad (12)$$

Der Gehrungswinkel γ ergibt sich mit Mitteln der analytischen Geometrie aus dem Skalarprodukt der Normalenvektoren der beiden Trapezwände. Die Normalenvektoren erzeugen hierbei die in Abbildung 3 dargestellten Geraden durch PQ und RQ. In Abbildung 5 sind die beiden Trapeze A und B mit ihren Einheitsnormalenvektoren \vec{n}_A und \vec{n}_B im Grundriss der (x, y) -Ebene eingezeichnet. Hier ist die z -Koordinate der Einheitsnormalen \vec{n}_B gleich $z = \sin \alpha$, dasselbe gilt für die z -Koordinate des Normalenvektors \vec{n}_A . Nach Konstruktion ist ferner die y -Achse parallel zur in die (x, y) -Ebene projizierten Richtung von \vec{n}_A , d.h. die y -Koordinate von \vec{n}_A verschwindet. Da die Länge von \vec{n}_A Eins ist, folgt $|\vec{n}_A|^2 = x^2 + \sin^2 \alpha = 1$, d.h. seine x -Koordinate ist durch

¹ Private Kommunikation

$x = \cos \alpha$ festgelegt. Für den Vektor \vec{n}_B nennen wir zunächst die Länge seiner Projektion in die (x, y) -Ebene u . Über den Winkel β erhalten wir dann für seine x -Koordinate den Wert $x = u \sin \beta$, für seine y -Koordinate den Wert $y = -u \cos \beta$; für u muss gemäß dem Seitenriss und der Länge 1 von \vec{n}_B wiederum $u^2 + z^2 = 1$ gelten, also

$$u^2 = 1 - z^2 = 1 - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha. \quad (13)$$

Daraus folgt, dass die x -Koordinate von \vec{n}_B durch $x = \cos \alpha \sin \beta$ gegeben ist, und seine y -Koordinate durch $y = -\cos \alpha \cos \beta$. Der Winkel β schließlich ist nach Abbildung 5 durch $\beta = 90^\circ - (180^\circ - \varepsilon) = \varepsilon - 90^\circ$ gegeben, d.h. es gilt $\sin \beta = -\sin(90^\circ - \varepsilon) = -\cos \varepsilon$ und $\cos \beta = \cos(90^\circ - \varepsilon) = \sin \varepsilon$. Zusammengefasst gilt also für die beiden Normalenvektoren

$$\vec{n}_A = \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ 0 \\ \sin \alpha \end{pmatrix}, \quad \vec{n}_B = \begin{pmatrix} \cos \alpha \sin(\varepsilon - 90^\circ) \\ -\cos \alpha \cos(\varepsilon - 90^\circ) \\ \sin \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos \alpha \cos \varepsilon \\ -\cos \alpha \sin \varepsilon \\ \sin \alpha \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Da nun in der analytischen Geometrie und der linearen Algebra der Kosinus des Winkels zwischen zwei Einheitsvektoren durch ihr Skalarprodukt gegeben ist [2, §1.8.3], gilt

$$\cos 2\gamma = \langle \vec{n}_A, \vec{n}_B \rangle = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha \cos \varepsilon. \quad (15)$$

Das ergibt genau die zweite Gleichung in (2). □

Literatur

- [1] ABRAMOWITZ, M. (Hrsg.) ; STEGUN, I. A. (Hrsg.): *Handbook of Mathematical Functions. With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. Washington, DC : US Government Printing Office, 1964. – <http://www.math.sfu.ca/~cbm/aands/>
- [2] ZEIDLER, E. (Hrsg.): *Teubner Taschenbuch der Mathematik. Teil 1*. Leipzig : B. G. Teubner, 1996

Internetquellen

- [B] <http://www.1-2-do.com/wissen/Schifterschnitt> – Robert Bosch GmbH, Wissensdatenbank 1-2-do.com: Definition des Schifterschnitts [letzter Abruf 2016-09-26]
- [D] <http://www.dga-soft.de/handbuch/de/node145.html> – Benutzerhandbuch der DGA-Soft: Beschreibung des Schifterschnitts am Pyramidenstumpf mit unterschiedlichen Neigungen. [letzter Abruf 2016-09-26]
- [K] <http://www.caro-keilig.de/trichterzinken.html> – Matthias Keilig (2005): “Einen Trichter zinken” [letzter Abruf 2016-09-26]
- [L] http://www.woodworking.de/cgi-bin/holzbearbeitungsmaschinen/webbbs_config.pl/noframes/read/45363 – Bernhard Loos (2008): Blogbeitrag im Handwerkerforum [woodworking.de](http://www.woodworking.de) mit der Kopie einer Tabelle von Sägeblatteinstellungen für Verbundgehrschnitte bei verschiedenen Neigungen [letzter Abruf 2016-09-26]
- [S] http://www.schreiner-seiten.de/verbindungen/v_zinkung-trichter.php – Anschauliche Beschreibung der Trichterzinkung für Vierertrichter (Pyramidenstumpf) [letzter Abruf 2016-09-26]
- [V] <http://math-it.org/Publikationen/Trichterzinkung.xls> – Andreas de Vries (2016): Excel-Datei, die die Eingabe des Eckwinkels ε und des Neigungswinkels α ermöglicht und daraus den Schmiege- winkel σ und den Gehrungswinkel γ nach Formel (2) berechnet; zudem sind auf einem weiteren Datenblatt Wertetabellen für verschiedene Neigungs- und Eckwinkel aufgelistet. [letzter Abruf 2016-09-26]